

Let $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 3 & -1 & 6 & 3 \\ 2 & -2 & 3 & 2 & 0 & -3 \\ 4 & -4 & 3 & -3 & 14 & 6 \\ 6 & -6 & 12 & -5 & 22 & 2 \end{bmatrix}$. Use elementary row operations to manipulate A into reduced echelon form.

$$A \begin{array}{l} -R_1 + R_2 \rightarrow R_2 \\ -2R_1 + R_3 \rightarrow R_3 \\ -3R_1 + R_4 \rightarrow R_4 \end{array} \begin{bmatrix} 2 & -2 & 3 & -1 & 6 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -6 & -6 \\ 0 & 0 & -3 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -2 & 4 & -7 \end{bmatrix}$$

$$R_2 \leftrightarrow R_4 \begin{bmatrix} 2 & -2 & 3 & -1 & 6 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & -2 & 4 & -7 \\ 0 & 0 & -3 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -6 & -6 \end{bmatrix}$$

$$R_2 + R_3 \rightarrow R_3 \begin{bmatrix} 2 & -2 & 3 & -1 & 6 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & -2 & 4 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & 6 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -6 & -6 \end{bmatrix}$$

$$R_3 + R_4 \rightarrow R_4 \begin{bmatrix} 2 & -2 & 3 & -1 & 6 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & -2 & 4 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & 6 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -13 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} \frac{2}{13} R_4 + R_1 \rightarrow R_1 \\ -\frac{7}{13} R_4 + R_2 \rightarrow R_2 \\ -\frac{7}{13} R_4 + R_3 \rightarrow R_3 \end{array} \begin{bmatrix} 2 & -2 & 3 & -1 & 6 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & -2 & 4 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & 6 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -13 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} -\frac{1}{3} R_3 + R_1 \rightarrow R_1 \\ -\frac{2}{3} R_3 + R_2 \rightarrow R_2 \end{array} \begin{bmatrix} 2 & -2 & 3 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -13 \end{bmatrix}$$

$$-R_2 + R_1 \rightarrow R_1 \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -13 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} \frac{1}{2} R_1 \rightarrow R_1 \\ \frac{1}{3} R_2 \rightarrow R_2 \\ -\frac{1}{3} R_3 \rightarrow R_3 \\ -\frac{1}{13} R_4 \rightarrow R_4 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$